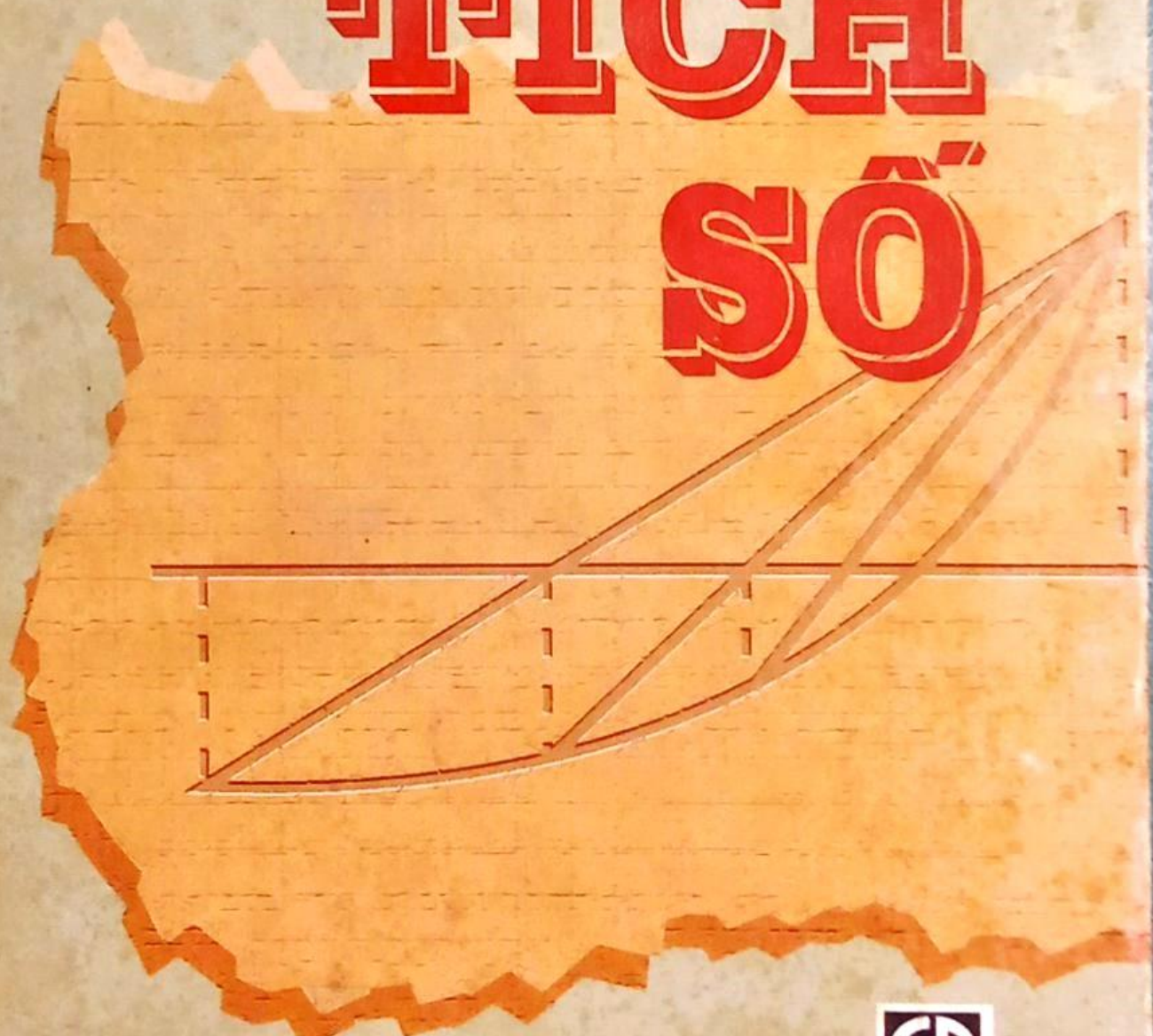
NGUYỄN MINH CHƯƠNG (Chủ biên) - NGUYỄN VĂN KHẢI
KHUẤT VĂN NINH - NGUYỄN VĂN TUẤN -NGUYỄN TƯỜNG

GIẢI TÍCH SỐ



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

NGUYỄN MINH CHƯƠNG (chủ biên) NGUYỄN VĂN KHẢI -
KHUẤT VĂN NINH - NGUYỄN VĂN TUẤN - NGUYỄN TƯỜNG

THƯ VIỆN

GIẢI TÍCH SỐ

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP HÀ NỘI
TRUNG TÂM THÔNG TIN THƯ VIỆN
03 08
00205

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

LỜI NÓI ĐẦU

Giải tích số đang phát triển mạnh, đặc biệt là mô phỏng số, phương pháp song song, xấp xỉ bằng spline và sóng nhỏ (wavelet) đang phát triển rất mạnh cùng với sự phát triển cực kì nhanh của tin học, máy vi tính.

Trước đây không lâu, đối với một số ngành lí thuyết như đại số trừu tượng, hình học vi phân, hình học đại số v.v... tưởng chừng như không thể có thuật toán, chương trình để đưa vào máy tính, nhưng bây giờ các ngành ấy đã có thuật toán, chương trình tính toán trên máy vi tính rồi (xem [81, 120, 88]). Đây là một trong các xu thế lớn của toán học hiện đại.

Nhà bác học nổi tiếng S.L. Sobolev mới 30 tuổi đã là viện sĩ Viện hàn lâm khoa học Liên Xô (cũ), đã xây dựng được một không gian phiếm hàm trừu tượng mang tên ông. Không gian này cực kì quan trọng và cần thiết cho gần hết các ngành khoa học và công nghệ, đã, đang và sẽ được phát triển không ngừng. Ông đã dành nửa đời người cho toán học tính toán. Nhiều nhà toán học có tên tuổi, trong đó có cả viện sĩ, cả những nhà bác học đã được giải thưởng Fields, Nobel, cũng đã viết nhiều công trình với nhan đề tưởng chừng không thuộc ngành giải tích số, nhưng rất gần với ngành này, như O.V. Besov, G.H. Hardy với các không gian phiếm hàm mang tên mình, H. Brezis(*), L. Nirenberg với bài báo "Lý thuyết bậc và dao động trung bình bị chặn", B.P. Maslov với sách "Các phương pháp tiệm cận cho phương trình giả vi phân", P.J.Lious(**) với sách "Nghiệm suy rộng của phương trình Hamilton - Jacobi", L.V. *Kantorovich (và G.P. Akilov) với sách "Giải tích hàm" (1984) v.v... Nhiều nhà toán học khác đã quan tâm đến rất nhiều lĩnh vực cũng đã*

(*) đang là Giám đốc Phòng Giải tích số, ĐHTH Marie Curie, Paris

(**) Giải thưởng Fields đang cùng với bố, Viện sĩ J.J. Lions, trong Ban biên tập tạp chí "Mô phỏng toán học và giải tích số", 1 trong 4 tạp chí lớn nhất về giải tích số trên thế giới.

đóng góp nhiều bài báo về các phương pháp tính toán như P.Lax với lược đồ mang tên ông, O.A. Ladyjons Kaia [11], O.A. Oleinik [22, 102], S.Smale [111],... Đương nhiên còn rất nhiều nhà toán học đã dành cả đời chỉ cho giải tích số mà chúng tôi không thể liệt kê ở đây. Chúng tôi chỉ xin lưu ý rằng ngay trong lĩnh vực thị trường chứng khoán đang diễn biến gay gắt trong nền kinh tế thị trường, cũng phải nghiên cứu nhiều phương trình vi tích phân ngẫu nhiên, trong đó có phương trình Black-Scholes, với các bài toán biên phi tuyến mà không sử dụng giải tích số và máy vi tính thì không thể giải được.

Như vậy giải tích số là cực kì quan trọng và cần thiết cho khoa học và công nghệ. Do đó dù trong nước đã có nhiều sách viết bằng tiếng Việt, chúng tôi cũng được Nhà xuất bản Giáo dục cổ vũ, hối thúc viết quyển sách này.

Quyển sách gồm hai phần.

Phần Một gồm sáu chương giới thiệu các kiến thức cơ bản về giải tích số cho sinh viên các trường Đại học trong những năm đầu cũng như ở những năm cuối. Các kiến thức trong phần này của quyển sách được chọn lọc để thích hợp với tất cả các đối tượng ấy.

Chúng tôi cố gắng viết để độc giả tiếp cận được với giải tích số hiện đại. Bên cạnh các biểu bảng, lược đồ, chúng tôi cũng đã sử dụng chương trình MAPLE V ở một số chỗ. Cuối mỗi chương của phần này đều có bài tập.

Phần Hai gồm năm chương. Phần này nhằm đưa độc giả đến một số hướng hiện đại trong giải tích số, đặc biệt để độc giả làm quen với một số kết quả nghiên cứu gần đây của các tác giả và các đồng nghiệp. Phần này cùng với một số tài liệu được liệt kê trong mục tài liệu tham khảo ở cuối sách có thể giúp cho sinh viên chuẩn bị luận văn thạc sĩ, luận án tiến sĩ và xa hơn.

Tiếp theo Chương XI là phần đáp số và hướng dẫn giải các bài tập. Như ta đã thấy giải tích số là một ngành rất rộng, nên chúng tôi chỉ đề cập một số vấn đề như trên. Ngay cả đối với các vấn đề được đề cập, với khuôn khổ quyển sách, chúng tôi cũng không thể đi sâu và rộng hơn. Song để khắc phục hạn chế ấy, chúng tôi cố gắng đưa vào những tài liệu gần đây về giải tích số trong mục tài liệu tham khảo, dù rằng những tài liệu này còn xa mới đầy đủ.

Chúng tôi trân trọng cám ơn Nhà xuất bản Giáo dục đã cổ vũ và tạo điều kiện để quyển sách được ra đời phục vụ sớm, đặc biệt là T.S Nguyễn Huy Đoan đã giúp các tác giả rất nhiều trong quá trình làm sách.

Hà Nội, Xuân 2000

CÁC TÁC GIẢ

MUC LUC

Lời nói đầu

Phần một

CƠ SỞ CỦA GIẢI TÍCH SỐ

Chương I : MỘT SỐ KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU 7
§1. Không gian mêtric 7
§2. Không gian Banach 14
§3. Không gian Hilbert 23
§4. Phương trình vi phân 28
§5. Số gần đúng và sai số 32
Bài tập 38

Chương II. GIẢI TÍCH SỐ TRONG GIẢI TÍCH 40
I. Lí thuyết nội suy 40
§1. Đa thức nội suy Lagrange 41
§2. Đa thức nội suy Newton 47
§3. Đa thức nội suy Hermitte 56
§4. Spline đa thức 58
II. Xấp xỉ đều và phương pháp bình phương tối thiểu 61
§5. Xấp xỉ đều 61
§6. Phương pháp bình phương tối thiểu 68
III. Vi phân và tích phân số 77
§7. Tính gần đúng đạo hàm 78
§8. Tính gần đúng tích phân,
Phương pháp Monte - Carlo 81
IV. Vài ví dụ tính toán trên MAPLE V 90
Bài tập 93

Chương III. GIẢI TÍCH SỐ TRONG ĐẠI SỐ 96
I. Giải tích số trong Đại số tuyến tính 96
§1. Mở đầu 96
§2. Phương pháp Gauss 97
§3. Phương pháp phân rã 99
§4. Phương pháp trực giao 103
§5. Phân tích sai số 104

§6. Phương pháp lặp đơn 107
§7. Phương pháp Seidel 111
§8. Vấn đề tìm ma trận nghịch đảo 114
§9. Bài toán giá trị riêng 117
§10. Vài ví dụ tính toán Đại số tuyến tính trên MAPLE V 126

II. Giải gần đúng phương trình phi tuyến 128

§11. Mở đầu 128
§12. Phương pháp lặp đơn 130
§13. Phương pháp dây cung 133
§14. Phương pháp Newton 136
§15. Hệ phi tuyến 137
§16. Phương trình đại số bậc cao. 140
Bài tập 147

Chương IV. GIẢI GẦN ĐÚNG CÁC PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN THƯỜNG 151
§1. Phương pháp lặp đơn 152
§2. Phương pháp Euler và Euler cải tiến 156
§3. Phương pháp Runge - Kutta. 160
§4. Phương pháp Adams. 165
§5. Giải hệ phương trình vi phân. 168
§6. Phương pháp sai phân giải bài toán biên 175
§7. Phương pháp Galerkin 178
§8. Phương pháp Collocation 180
§9. Giải phương trình vi phân thường bằng chương trình MAPLE V 183
Bài tập 188

Chương V. GIẢI GẦN ĐÚNG CÁC PHƯƠNG TRÌNH ĐẠO HÀM RIÊNG 191
§1. Phương pháp lưới 191
§2. Sự ổn định của lược đồ sai phân 210
§3. Phương pháp đường thẳng 214
Bài tập 224

Chương VI. GIẢI GẦN ĐÚNG PHƯƠNG TRÌNH TÍCH PHÂN 230
§1. Phương pháp lặp đơn .230
§2. Phương pháp Newton - Kantorovich. 234
§3. Phương pháp hạch suy biến 236
§4. Phương pháp mômen và phương pháp bình phương tối thiểu. 242
§5. Phương trình tích phân tuyến tính Volterra - Fredholm. 246
Bài tập 250

Phần hai

MỘT SỐ VẤN ĐỀ HIỆN ĐẠI

Chương VII. MỘT SỐ KHÁI NIỆM MỞ ĐẦU*(tiếp theo)* 252

§1. Không gian tôpô lồi địa phương 252

§2. Không gian mêtric. Không gian Banach 258

§3. Không gian Sobolev. 263

Chương VIII. PHƯƠNG TRÌNH VOLTERRA - FREDHOLM 272

§1. Một số khái niệm. 272

§2. Phương pháp lặp tổng quát. 273

§3. Phương pháp xấp xỉ hai phía. 279

Chương IX. PHƯƠNG PHÁP SAI PHÂN ĐỐI VỚI PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN THUỘC LOẠI ELLIPTIC 283

I. Sơ đồ sai phân đối với phương trình vi phân thuộc loại elliptic trong không gian H^{2m} ***và*** C. **283**

§1. Sự xấp xỉ và sự hội tụ 283

§2. Hàm riêng và giá trị riêng của toán tử sai phân Laplace $\overset{o}{\Lambda}$ 290

§3. Tương tự sai phân định lí nhúng Sobolev 295

§4. Ứng dụng 304

II. Sơ đồ sai phân đối với phương trình vi phân thuộc loại elliptic trong không gian $H^{2m,p}$ ***và*** C 313

§5. Không gian $\bar{L}_p(w_h)$ và $\bar{H}^{2m,p}(w_h)$ 314

§6. Liên hệ giữa Không gian $L_p(G)$ và Không gian $\bar{L}_p(w_h)$ 319

§7. Ứng dụng : Lược đồ sai phân chính xác bậc bốn đối với phương trình Poisson. 326

Chương X : XẤP XỈ BẰNG SPLINE VÀ SÓNG NHỎ. 333

I. Xấp xỉ bằng Spline 333

§1. Phương pháp spline collocation đối với phương trình vi phân, phương trình vi tích phân. 333

§2. Phương pháp spline collocation đối với hệ phương trình tích phân phi tuyến Fredholm - Volterra. 339

§3. Các thuật toán giải phương trình spline collocation. 342

§4. Hàm spline với phương trình giả vi phân 349

§5. Xấp xỉ không gian Sobolev bằng L - spline. 352

II. Xấp xỉ bằng sóng nhỏ 357
§6. Sóng nhỏ 357
§7. Phép biến đổi sóng nhỏ tích phân 365
§8. Xấp xỉ sóng nhỏ đối với phương trình giả vi phân. 375

Chương XI : GIẢI XẤP XỈ PHƯƠNG TRÌNH TOÁN TỬ 390
§1. Phép lặp ẩn, toán tử cô đặc (condensing). 390
§2. Phương pháp điều chỉnh. Bài toán biến phân đa trị phi tuyến 399
§3. Phương pháp không khớp trong không gian tôpô lồi địa phương 414
Đáp số và hướng dẫn giải các bài tập. 433
Tài liệu tham khảo. 446

CONTENTS

Foreword

Part one
BASIC OF NUMERICAL ANALYSIS

Chapter I. BACKGROUND MATERIALS 7
§1. Metric spaces 7
§2. Banach spaces 14
§3. Hilbert spaces 23
§4. Differential equations 28
§5. Approximation numbers and errors. 32
Exercices 38

Chapter II. NUMERICAL ANALYSIS IN MATHEMATICAL ANALYSIS 40
I. Interpolation theory 40
§1. Lagrangian interpolates 41
§2. Newtonian interpolates 47
§3. Hermitian interpolates 56
§4. Polynomial spline 58
II. Uniform approximation and least square methods 61
§5. Uniform approximation 61
§6. Least square methods 68
III. Numerical differentiation and integration 77
§7. Number differentiation 78
§8. Number integration. Monte-Carlo method. 81
IV. Computation examples on MAPLE V 90
Exercices. 93

Chapter III. NUMERICAL ANALYSIS IN ALGEBRA. 96

I. Numerical analysis in linear algebra. 96

§1. Introduction 96
§2. Gauss method 97
§3. Splitting method 99
§4. Orthogonal method 103
§5. Error analysis 104
§6. Simple iteration method. 107
§7. Seidel method 111
§8. Problems on inverse matrix 114
§9. Eigenvalue problem 117
§10. Examples on computing linear algebra on MAPLE V 126

II. Numerical analysis of nonlinear equations 128

§11. Introduction 128
§12. Simple iteration method 130
§13. Cord method 133
§14. Newton method 136
§15. Nonlinear systems 137
§16. Algebraic equations of high degree. 140
Exercices 147

Chapter IV. NUMERICAL ANALYSIS OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS 151

§1. Sinple iteration method. 152
§2. Euler and modified Euler method 156
§3. Runge - Kutta method 160
§4. Adams method. 165
§5. Systems of differential equations 168
§6. Difference method for boundary value problems 175
§7. Galerkin method 178
§8. Collocation method 180
§9. Computation on MAPLE V. 183
Exercices 188

Chapter V. NUMERICAL ANALYSIS OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS. 191

§1. Net method 191
§2. Stability of difference scheme 210
§3. Line method. 214
Exercices 224

Chapter VI. NUMERICAL ANALISIS OF INTERGRAL EQUATIONS 230
§1. Simple iteration method. 230
§2. Newton - Kantorovich method 234
§3. Degenerate kernel method 236
§4. Moment method and least square method 242
§5. Linear integral equations Volterra - Fredholm 246
Exercices 250

Part two

SOME MODERN PROBLEMS

Chapter VII. BACKGROUND MATERIALS (CONTINUED) 252
§1. Uniformly convex topological spaces 252
§2. Metric spaces. Banach spaces 258
§3. Sobolev spaces 263

Chapter VIII. VOLTERRA - FREDHOLM INTEGRAL EQUATIONS 272
§1. Some definitions 272
§2. Ganeral iteration method. 273
§3. Two sides approximation : 279

Chapter IX. DIFFERENCE METHOD FOR DIFFERENTIAL EQUATIONS OF ELLIPTIC TYPE .283

I. Difference schemes for differential equations of elliptic type in spaces H^{2m} ***and*** C. 283
§1. Approximation and Convergence. 283
§2. Eigenvectors and eigenvalues of Laplace difference operator $\overset{o}{\Lambda}$ 290
§3. Difference analog of Sobolev imbedding theorems 295
§4. Applications. 304

II. Difference schemes for differential equations of ellpftic type in spaces $H^{2m,p}$ ***and*** C 313
§5. The spaces $\bar{L}_p(w_h)$ and $\bar{H}^{2m,p}(w_h)$ 314
§6. Relation between the spaces $L_p(G)$ and $\bar{L}_p(w_h)$ 319
§7. Applications : Difference scheme with accuracy of order 4 for Poisson equation. 326

Chapter X. SPLINE AND WAVELET APPROXIMATION 333

I. Spline approximation 333

§1. Spline collocation metthods for differential equations, integro - differential equations. 333

§2. Spline collocation methods for systems of nonlinear equations. 339

§3. Algorithms for spline collocation equations 342

§4. Splines and pseudo–differential equations 349

§5. L - Spline approximation 352

II. Wavelet approximation 357

§6. Wavelets 357

§7. Integral wavelet transform. 365

§8. Wavelet approximation of pseudo–differential equations. 375

Chapter XI. APPROXIMATE SOLUTION OF OPERATOR EQUATIONS. 390

§7. Implicit iteration method. Condensing operators. 390

§8. Regularization methods. Nonlinear set -valued variational problems. 399

§9. Discrepancy method in uniformly convex topological vector spaces. 414

Answers and hints to exercices 433

References. 446